# **Семинар №3** (к лекциям №4 и №5). **Применение статистики в экономике и финансах. Введение в эконометрику**

### **Задачи для разбора на семинаре**

### **Блок 1. Введение в теорию вероятностей**

Задание:

***Задача 1.*** *В рамках лотереи 100 бумажек с разными именами помещаются в коробку, из них 3 имени одинаковы. Какова вероятность, что вытащат за одну попытку именно это имя?*

***Задача 2****. Известно, что компания планирует заплатить дивиденд $5/акцию при высоком спросе на продукцию компании в течение года, $2/акцию при среднем спросе и не заплатить ничего при низком. Если историческая вероятность высокого спроса 20%, а среднего 50%, какие дивиденды нам следует ожидать по итогам года?*

***Задача 3****. Вам предлагается сыграть в одну из двух лотерей. В первой лотерее билет стоит $1, всего выпущено 200 000 билетов, из них 500 билетов с выигрышем $100 и 10000 билетов с выигрышем $5. У второй лотереи цена билета $4,5, и известно, что с вероятностью 15% вы можете выиграть $25. Какую лотерею следует выбрать рациональному игроку? Где ожидаемое значение выигрыша больше?*

***Задача 4****. Компания по страхованию автомобилей разделяет водителей по трем категориям в зависимости от опыта: категория 1 (стаж вождения более 10 лет), категория 2 (стаж более 2 лет, но меньше 10), категория 3 (стаж менее 2 лет). Для данной компании среди 100% застрахованных 30% принадлежат категории 1, 50% – категории 2, 20% – категории 3. Вероятность того, что в течение года водитель категории 1 попадет хотя бы в одно ДТП равна 1%; для водителя категории 2 - 3%, а для водителя категории 3 – 10%. Клиент компании застраховал автомобиль и попал в ДТП. Какова вероятность того, что он относится к категории 3?*

***Задача 5****. Налоговая планирует осуществить выездную проверку в этом квартале 500 крупных налогоплательщиков из числа зарегистрированных в ней. Если всего к этой налоговой приписано 40000 крупных налогоплательщиков, какова вероятность, что будет выбран конкретный из них?*

***Задача 6****. Аналитик собрал статистику за 100 прошедших месяцев, согласно которой вложение в индекс акций позволило за месяц заработать 5% в 1 случае из 100 проанализированных месяцев, 2% - в 5 случаях, 1% - в 10 случаях, 0% (то есть ничего не заработать) в 20 случаях, потерять 1% в 60 случаях, и потерять 2% в 4 случаях. Определить ожидаемое значение доходности инвестиции.*

***Задача 7****. Известны условные вероятности поведения акции в различных состояниях экономики:*



*Какова вероятность того, что состояние экономики будет нейтральным и одновременно акция будет расти?*

***Задача 8****. Известны условные вероятности поведения акции в различных состояниях экономики (см.задачу 7). Какова общая вероятность того, что акция будет падать?*

***Задача 9****. Известны условные вероятности поведения акции в различных состояниях экономики (см.задачу 7). Если известно, что акция упала, какова вероятность, что состояние экономики при этом было негативным?*

***Задача 10 (повышенной сложности)****. Есть редкая болезнь, которой в человеческой популяции болеет 1 человек из 10 000. Используемый для диагностики анализ позволяет правильно определить наличие болезни у 99 человек из 100 больных. Однако, к сожалению, он также дает положительный результат у здоровых людей в 3 случаях из 100. Найдите вероятность того, что человек, на котором тест дал*

*положительный результат, действительно болен.*

### **Блок 2. Введение в математическую статистику**

Задание:

***Задача 1****. Известна доходность инвестиционного фонда по годам с момента основания: 12%, 25%, 34%, 15%, 19%, 44%, 54%, 33%, 22%, 28%, 17%, 24%. Аналитик считает, что для расчета следует взять только выборку из последних 5 лет, поскольку более старые данные уже неактуальны. Определить среднюю арифметическую доходность фонда по выборке и по генеральной совокупности.*

***Задача 2****. Для значений доходности инвестиционного фонда из задачи 1 определить, как изменится значения расчетных доходностей, если в исходном наборе данных была ошибка в последнем числе, и вместо 24% ошибочно записали -24%?*

***Задача 3****. Для значений доходности инвестиционного фонда из задачи 1 определить медианную доходность. Как изменится медианная доходность, если в исходном наборе данных была ошибка в последнем числе, и вместо 24% ошибочно записали -24%?*

***Задача 4****. Для условий задачи 1 какова средняя геометрическая доходность фонда за последние 5 лет и в чем ее экономический смысл?*

***Задача 5****. Для условий задачи 1 определить среднеквадратичное доходности для выборки 5 лет и для всей генеральной совокупности.*

***Задача 6****. Историческая цена акции по выборке за 13 последних дней была следующей: $2,51; $2,57; $2,60; $2,61; $2,59; $2,61; $2,64; $2,60; $2,62; $2,63; $2,65; $2,61; $2,65. Рассчитать доходности (как делали на лекциях, с использованием натурального логарифма) и определить среднюю арифметическую доходность за период.*

***Задача 7****. По условиям задачи 6 рассчитать среднюю геометрическую доходность за период.*

***Задача 8****. По условиям задачи 6 рассчитать медиану доходности за период.*

***Задача 9****. По условиям задачи 6 рассчитать риск данной акции (т.е. среднеквадратичное значение доходности за период).*

***Задача 10 (повышенной сложности).*** *Перевести результаты, полученные для доходности и риска данной акции в задачах 6 и 9 в проценты годовых.*

### **Блок 3. Корреляционный анализ**

Тайминг:

Задание:

***Задача 1****. Аналитик собрал статистические данные между ценой акции перерабатывающей компании и ценой ресурса, который эта компания перерабатывает:*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Месяц | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| Цена акции, $ | 12,1 | 15,2 | 15,3 | 15,7 | 15,2 | 16,1 | 16,5 | 17,1 | 17,2 | 17,0 | 16,8 | 16,9 |
| Цена ресурса, $ | 115,0 | 119,0 | 121,0 | 130,0 | 131,0 | 150,0 | 155,0 | 172,0 | 174,0 | 168,0 | 161,0 | 159,0 |

*Определить коэффициент линейной корреляции между ценой акции и ценой ресурса. Сделать вывод о наличии взаимосвязи.*

***Задача 2****. Для условий задачи 1 аналитик проанализировал процессы на предприятии и предположил, что рыночная цена ресурсов влияет на цену акций с опозданием на 1 месяц, поскольку закупка ресурсов для переработки производится по контрактам с оплатой за 30 дней. Т.е. если сегодня цена ресурса повысилась, это не повлияет на себестоимость в этом месяце, поскольку ресурс был уже оплачен ранее, а повлияет только на себестоимость и финансовые показатели в следующем месяце. Как можно проверить эту гипотезу с помощью коэффициента корреляции?*

### **Блок 4. Регрессионный анализ**

Задание:

***Задача 1****. В компании собрали статистику по затратам на маркетинг и по объему продаж:*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Год | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Затраты на маркетинг, тыс.$ | 55 | 70 | 82 | 90 | 98 | 105 | 110 | 120 | 128 | 132 |
| Объем продаж продукции, тыс.ед. | 10 | 12 | 13 | 17 | 18 | 20 | 22 | 25 | 30 | 34 |

*В предположении, что между этими величинами есть линейная взаимосвязь, определить коэффициент линейной зависимости (пропорциональности).*

***Задача 2****. В условиях задачи 1 предположим, что все эти годы инфляция составляла 3% в год. Определите уравнение регрессии, описывающие зависимость объема продаж от затрат на маркетинг, с учетом инфляции (то есть в ценах последнего года).*

***Задача 3****. Аналитик собрал статистические данные между ценой акции перерабатывающей компании и ценой ресурса, который эта компания перерабатывает:*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Месяц | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| Цена акции, $ | 12,1 | 15,2 | 15,3 | 15,7 | 15,2 | 16,1 | 16,5 | 17,1 | 17,2 | 17,0 | 16,8 | 16,9 |
| Цена ресурса, $ | 115,0 | 119,0 | 121,0 | 130,0 | 131,0 | 150,0 | 155,0 | 172,0 | 174,0 | 168,0 | 161,0 | 159,0 |

*Определить уравнение регрессии и сделать на его основе прогноз цены акции на 13 месяц, если прогнозная цена ресурса на 13 месяц равна $165,0.*

### **Домашнее задание**

***Задача 1.****Аналитик собрал статистику за 36 прошедших месяцев, согласно которой вложение в акцию компании АВС позволило за месяц заработать 15% в 1 случае из 36 проанализированных месяцев, 10% - в 2 случаях, 5% - в 3 случаях, 0% в 23 случаях, потерять 5% в 6 случаях, и потерять 10% в оставшихся случаях. Определить ожидаемое значение доходности инвестиции .(матожид..)*

***Задача 2.*** *Инвестиционный фонд за 7 предыдущих лет заработал следующие годовые доходности: +5%; -2%; +12%; +7%; -4%; +11%; +9%. Если предположить, что в среднем фонд будет зарабатывать такую же доходность, как и по итогам прошедших 7 лет (в смысле геометрической доходности), и вложить $100 тыс. в этот фонд, то какой ожидаемый результат будет через 5 лет? (сргеом-1)*

***Задача 3.*** *В инвестиционном анализе есть т.н. показатель Шарпа, который характеризует эффективность инвестиции в фонд. Он рассчитывается как отношение средней доходности к риску (волатильности). Рассчитайте этот коэффициент для условий задачи 2. (сргеом делить на стандарт откл)*

***Задача 4.*** *Компания по страхованию автомобилей разделяет водителей по трем категориям в зависимости от опыта: категория 1 (стаж вождения более 10 лет), категория 2 (стаж более 2 лет, но меньше 10), категория 3 (стаж менее 2 лет). Для данной компании среди 100% застрахованных 30% принадлежат категории 1, 50% – категории 2, 20% – категории 3. Вероятность того, что в течение года водитель категории 1 попадет хотя бы в одно ДТП равна 1%; для водителя категории 2 - 3%, а для водителя категории 3 – 10%. Клиент компании застраховал автомобиль и попал в ДТП. Какова вероятность того, что он относится к категории 1? (Теорема Баеса. Полная вероятность)*

***Задача 5.*** *Аналитик собрал статистические данные между ценой акции перерабатывающей компании и ценой ресурса, который эта компания перерабатывает:*

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Месяц | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| Цена акции, $ | 12,1 | 15,2 | 15,3 | 15,7 | 15,2 | 16,1 | 16,5 | 17,1 | 17,2 | 17,0 | 16,8 | 16,9 |
| Цена ресурса, $ | 115,0 | 119,0 | 121,0 | 130,0 | 131,0 | 150,0 | 155,0 | 172,0 | 174,0 | 168,0 | 161,0 | 159,0 |

*И предположил, что цена акции зависит от цены ресурса с задержкой на 1 месяц. Определить уравнение регрессии для этого предположения и сделать на его основе прогноз цены акции на 13 месяц. (как последняя задача в лекциях)*